## Решени примери

**1.**Состави ги таблиците на вистинитост за следниве исказни формули:

а) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$

б) $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$

в) $(q \Rightarrow (p \wedge r)) \Leftrightarrow ((q \Rightarrow p) \wedge (q \Rightarrow r))$

г) $((p \Rightarrow q) \vee r) \Rightarrow (\neg p \vee \neg q)$

д) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow r)$

ѓ) $(p \Rightarrow q) \vee \neg(r \wedge q)$

е) $(p \vee r) \Rightarrow (p \wedge q)$

ж) $\neg((p \Rightarrow q) \wedge \neg r) \Rightarrow (p \vee \neg r)$

з) $(p \vee q) \Rightarrow q$

ѕ) $(\neg(p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow r))$

и) $(p \vee q) \wedge (p \Rightarrow r)$

ј) $((p \vee r) \Rightarrow q) \Rightarrow ((p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow r))$

**Решение:**

а) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$

| p | q | $r$ | $p \Rightarrow q$ | $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$ |
|---|---|---|---|---|
| T | T | T | T | T |
| T | T | ⊥ | T | ⊥ |
| T | ⊥ | T | ⊥ | T |
| T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T |
| ⊥ | T | T | T | T |
| ⊥ | T | ⊥ | T | ⊥ |
| ⊥ | ⊥ | T | T | T |
| ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | ⊥ |

б) $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$

| p | q | $r$ | $q \Rightarrow r$ | $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$ |
|---|---|---|---|---|
| T | T | T | T | T |
| T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ |
| T | ⊥ | T | T | T |
| T | ⊥ | ⊥ | T | T |
| ⊥ | T | T | T | T |
| ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | T |
| ⊥ | ⊥ | T | T | T |
| ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | T |

в) $F : (q \Rightarrow (p \wedge r)) \Leftrightarrow ((q \Rightarrow p) \wedge (q \Rightarrow r))$

| p | q | $r$ | $p \wedge r$ | $q \Rightarrow (p \wedge r)$ | $q \Rightarrow p$ | $q \Rightarrow r$ | $(q \Rightarrow p) \wedge (q \Rightarrow r)$ | F |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | T | T | T | T | T | T |
| T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T |
| T | ⊥ | T | T | T | T | T | T | T |
| T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | T | T | T | T |
| ⊥ | T | T | ⊥ | ⊥ | T | T | T | ⊥ |
| ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T |
| ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | T | T | T | T | T |
| ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | T | T | T | T |

г) $((p \Rightarrow q) \vee r) \Rightarrow (\neg p \vee \neg q)$

| p | q | $r$ | $\neg p$ | $\neg q$ | $\neg p \vee \neg q$ | $p \Rightarrow q$ | $(p \Rightarrow q) \vee r$ | $((p \Rightarrow q) \vee r) \Rightarrow (\neg p \vee \neg q)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | T | ⊥ |
| T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | T | ⊥ |
| T | ⊥ | T | ⊥ | T | T | ⊥ | ⊥ | T |
| T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | T | ⊥ | T | T |
| ⊥ | T | T | T | ⊥ | T | T | T | T |
| ⊥ | T | ⊥ | T | ⊥ | T | T | T | T |
| ⊥ | ⊥ | T | T | T | T | T | T | T |
| ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | T | T | T | T | T |

д) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow r)$

| p | q | $r$ | $p \Rightarrow q$ | $q \Rightarrow r$ | $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow r)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | T | T | T |
| T | T | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ |
| T | ⊥ | T | ⊥ | T | T |
| T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | T |
| ⊥ | T | T | T | T | T |
| ⊥ | T | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ |
| ⊥ | ⊥ | T | T | T | T |
| ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | T | T |

ѓ) $(p \Rightarrow q) \vee \neg(r \wedge q)$

| p | q | $r$ | $p \Rightarrow q$ | $r \wedge q$ | $\neg(r \wedge q)$ | $(p \Rightarrow q) \vee \neg(r \wedge q)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | T | T | ⊥ | T |
| T | T | ⊥ | T | ⊥ | T | T |
| T | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | T | T |
| T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | T |
| ⊥ | T | T | T | T | ⊥ | T |
| ⊥ | T | ⊥ | T | ⊥ | T | T |
| ⊥ | ⊥ | T | T | ⊥ | T | T |
| ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | T | T |

е) $(p \vee r) \Rightarrow (p \wedge q)$

| p | q | $r$ | $p \vee r$ | $p \wedge q$ | $(p \vee r) \Rightarrow (p \wedge q)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | T | T | T |
| T | T | ⊥ | T | T | T |
| T | ⊥ | T | T | ⊥ | ⊥ |
| T | ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ |
| ⊥ | T | T | T | ⊥ | ⊥ |
| ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T |
| ⊥ | ⊥ | T | T | ⊥ | ⊥ |
| ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T |

з) $(p \vee q) \Rightarrow q$

| p | q | $p \vee q$ | $(p \vee q) \Rightarrow q$ |
|---|---|---|---|
| T | T | T | ⊥ |
| T | T | T | ⊥ |
| T | ⊥ | T | ⊥ |
| T | ⊥ | T | ⊥ |
| ⊥ | T | T | T |
| ⊥ | T | T | T |
| ⊥ | ⊥ | ⊥ | T |
| ⊥ | ⊥ | ⊥ | T |

ж) $\neg((p \Rightarrow q) \wedge \neg r) \Rightarrow (p \vee \neg r)$

| p | q | $r$ | $p \Rightarrow q$ | $\neg r$ | $(p \Rightarrow q) \wedge \neg r$ | $p \vee \neg r$ | $(p \Rightarrow q) \wedge \neg r) \Rightarrow (p \vee \neg r)$ | $\neg((p \Rightarrow q) \wedge \neg r) \Rightarrow (p \vee \neg r)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\top$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ | $\bot$ | $\bot$ | $\top$ | $\top$ | $\bot$ |
| $\top$ | $\top$ | $\bot$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ | $\bot$ |
| $\top$ | $\bot$ | $\top$ | $\bot$ | $\bot$ | $\bot$ | $\top$ | $\top$ | $\bot$ |
| $\top$ | $\bot$ | $\bot$ | $\bot$ | $\top$ | $\bot$ | $\top$ | $\top$ | $\bot$ |
| $\bot$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ | $\bot$ | $\bot$ | $\bot$ | $\top$ | $\bot$ |
| $\bot$ | $\top$ | $\bot$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ | $\bot$ |
| $\bot$ | $\bot$ | $\top$ | $\top$ | $\bot$ | $\bot$ | $\bot$ | $\top$ | $\bot$ |
| $\bot$ | $\bot$ | $\bot$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ | $\bot$ |

s) $(\neg(p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow r))$

| p | q | $r$ | $p \Rightarrow q$ | $\neg(p \Rightarrow q)$ | $q \Rightarrow r$ | $\neg(p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow r)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\top$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ | $\bot$ | $\top$ | $\top$ |
| $\top$ | $\top$ | $\bot$ | $\top$ | $\bot$ | $\bot$ | $\top$ |
| $\top$ | $\bot$ | $\top$ | $\bot$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ |
| $\top$ | $\bot$ | $\bot$ | $\bot$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ |
| $\bot$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ | $\bot$ | $\top$ | $\top$ |
| $\bot$ | $\top$ | $\bot$ | $\top$ | $\bot$ | $\bot$ | $\top$ |
| $\bot$ | $\bot$ | $\top$ | $\top$ | $\bot$ | $\top$ | $\top$ |
| $\bot$ | $\bot$ | $\bot$ | $\top$ | $\bot$ | $\top$ | $\top$ |

и) $(p \vee q) \wedge (p \Rightarrow r)$

| p | q | $r$ | $p \vee q$ | $p \Rightarrow r$ | $(p \vee q) \wedge (p \Rightarrow r)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $\top$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ |
| $\top$ | $\top$ | $\bot$ | $\top$ | $\bot$ | $\bot$ |
| $\top$ | $\bot$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ |
| $\top$ | $\bot$ | $\bot$ | $\top$ | $\bot$ | $\bot$ |
| $\bot$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ |
| $\bot$ | $\top$ | $\bot$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ |
| $\bot$ | $\bot$ | $\top$ | $\bot$ | $\top$ | $\bot$ |
| $\bot$ | $\bot$ | $\bot$ | $\bot$ | $\top$ | $\bot$ |

j) $((p \vee r) \Rightarrow q) \Rightarrow ((p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow r))$

| p | q | $r$ | $p \vee r$ | $(p \vee r) \Rightarrow q)$ | $p \Rightarrow q$ | $p \Rightarrow r$ | $(p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow r)$ | $((p \vee r) \Rightarrow q) \Rightarrow ((p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow r)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\top$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ |
| $\top$ | $\top$ | $\bot$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ | $\bot$ | $\top$ | $\top$ |
| $\top$ | $\bot$ | $\top$ | $\top$ | $\bot$ | $\bot$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ |
| $\top$ | $\bot$ | $\bot$ | $\top$ | $\bot$ | $\bot$ | $\bot$ | $\bot$ | $\top$ |
| $\bot$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ |
| $\bot$ | $\top$ | $\bot$ | $\bot$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ |
| $\bot$ | $\bot$ | $\top$ | $\top$ | $\bot$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ |
| $\bot$ | $\bot$ | $\bot$ | $\bot$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ | $\top$ |

**2.** Одредете дали следниве искази се вистинити или невистинити:

а) Ако $2^2 = 4$, тогаш $3^2 = 9$　　б) Ако $2^2 = 5$, тогаш $3^2 = 9$

в) Ако $2^2 = 5$, тогаш $3^2 = 10$　　г) Ако $2^2 = 4$, тогаш $3^2 = 10$

**Решение:**

а) Ако $2^2 = 4$, тогаш $3^2 = 9$ ; $\tau(2^2 = 4) = \mathrm{T}$, $\tau(3^2 = 9) = \mathrm{T}$ следува $\mathrm{T} \Rightarrow \mathrm{T}{=}\mathrm{T}$

б) Ако $2^2 = 5$, тогаш $3^2 = 9$ ; $\tau(2^2 = 5) = \perp$, $\tau(3^2 = 9) = \mathrm{T}$ следува $\perp \Rightarrow \mathrm{T}{=}\mathrm{T}$

в) Ако $2^2 = 5$, тогаш $3^2 = 10$ ; $\tau(2^2 = 5) = \perp$, $\tau(3^2 = 10) = \perp$ следува $\perp \Rightarrow \perp = \mathrm{T}$

г) Ако $2^2 = 4$, тогаш $3^2 = 10$ ; $\tau(2^2 = 4) = \mathrm{T}$, $\tau(3^2 = 10) = \perp$ следува $\mathrm{T} \Rightarrow \perp = \perp$

**3.**

Одредете кои од следните искази се логички закони:

а) $(p \wedge q) \Rightarrow p$　　б) $(p \vee q) \Rightarrow p$

в) $((p \vee q) \wedge \neg p) \Rightarrow q$　　г) $(p \Rightarrow q) \wedge (p \wedge \neg q)$

д) $(((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \wedge r) \Rightarrow p$　　ѓ) $(((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \wedge \neg r) \Rightarrow p$

е) $((p \Leftrightarrow q) \wedge (p \underline{\vee} q)$　　ж) $((p \Leftrightarrow q) \vee (p \underline{\vee} q)$

**Решение:**

а)

$(p \wedge q) \Rightarrow p$

$\Leftrightarrow \neg(p \wedge q) \vee p$ (закон за замена на импликацијата)

$\Leftrightarrow \neg p \vee \neg q \vee p$ (Де Морганов закон)

$\Leftrightarrow (\neg p \vee p) \vee \neg q$ (закон за исклучување на третото $(\neg p \vee p = \mathrm{T})$)

$\Leftrightarrow \mathrm{T} \vee \neg q$

$\Leftrightarrow \mathrm{T}$ следува дека исказната формула е тафтологија

б)

$(p \vee q) \Rightarrow p$

$\Leftrightarrow \neg(p \vee q) \vee p$ (закон за замена на импликацијата)

$\Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q) \vee p$ (Де Морганов закон)

$\Leftrightarrow (\neg p \wedge p) \vee (\neg p \wedge \neg q)$ (дистибутивен закон на дисјункцијата во однос на конјункцијата)

$\Leftrightarrow \perp \vee (\neg p \wedge \neg q)$ следува дека исказната формула ќе има вистинитосна вредност како $\tau((\neg p \wedge \neg q)$ а таа е неутрална формула в)

$((p \vee q) \wedge \neg p) \Rightarrow q$

$\Leftrightarrow ((p \wedge \neg p) \vee (q \wedge \neg p)) \Rightarrow q$ $(\tau(p \wedge \neg p) = \perp)$;(дистрибутивен закон на конјункцијата во однос на дисјункцијата)

$\Leftrightarrow (\perp \vee (q \wedge \neg p)) \Rightarrow q$ ; $\tau(\perp \vee (q \wedge \neg p)) = (q \wedge \neg p)$

$\Leftrightarrow (q \wedge \neg p) \Rightarrow q$ ;

$\Leftrightarrow \neg(q \wedge \neg p) \vee q$ ; (закон за замена на импликацијата)

$\Leftrightarrow (\neg q \vee \neg(\neg p)) \vee q$;(закон за двојна негација и Де Морганови закони)

$\Leftrightarrow (\neg q \vee p) \vee q$

$\Leftrightarrow (\neg q \vee q) \vee p$

$\Leftrightarrow \mathrm{T} \vee p \Leftrightarrow \mathrm{T}$ следува дека исказната формула е тафтологија

г)

$(p \Rightarrow q) \wedge (p \wedge \neg q)$

$\Leftrightarrow (\neg p \vee q) \wedge (p \wedge \neg q)$; (закон за замена на импликацијата)

$\Leftrightarrow (\neg p \vee q) \wedge p \wedge (\neg p \vee q) \wedge \neg q$; ( дистрибутивен закон на $\wedge$ во однос на $\vee$ и обратно)

$\Leftrightarrow (\neg p \wedge p) \vee (q \wedge p) \wedge ((\neg p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg q))$

$\Leftrightarrow \perp \vee (q \wedge p) \wedge ((\neg p \wedge \neg q) \vee \perp)$; $\tau(\perp \vee (q \wedge p)) = q \wedge p; \tau((\neg p \wedge \neg q) \vee \perp) = \neg p \wedge \neg q$

$\Leftrightarrow (p \wedge q) \wedge \neg(p \vee q)$ (вистинитосните вредности на $p \wedge q$ и $\neg p \wedge \neg q$ се различни , а тогаш $\wedge$ е $\perp$ )

$\Leftrightarrow \perp$ ; следува дека исказната формула е контрадикција

д)

$(((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \wedge r) \Rightarrow p$

$\Leftrightarrow ((p \Rightarrow r) \wedge r) \Rightarrow p$; (хипотетичен силогизам)

$\Leftrightarrow ((\neg p \vee r) \wedge r) \Rightarrow p$; (закон за замена на импликацијата)

$\Leftrightarrow \neg(\neg p \vee r) \wedge r) \vee p$; (закон за замена на импликацијата)

$\Leftrightarrow \neg((\neg p) \vee r)) \vee \neg r) \vee p$ следува дека исказната формула е неутрална

$\Leftrightarrow \neg(\neg p) \wedge r) \vee \neg r \vee p$ (закон за двојна негација)

$\Leftrightarrow (p \wedge r) \vee \neg r \vee p$ (дистибутивен закон на $\vee$ во однос $\wedge$)

$\Leftrightarrow (p \vee \neg r) \wedge (r \vee \neg r) \vee p$

$\Leftrightarrow (p \vee \neg r) \wedge \mathrm{T} \vee p$

$\Leftrightarrow p \vee \neg r \vee p$

$\Leftrightarrow p \vee \neg r$ следува дека исказната формула е неутрална

ѓ)

$(((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \wedge \neg r) \Rightarrow p$

$\Leftrightarrow ((p \Rightarrow r) \wedge \neg r) \Rightarrow p$; (хипотетичен силогизам)

$\Leftrightarrow ((\neg p \vee r) \wedge \neg r) \Rightarrow p$; (закон за замена на импликацијата)

$\Leftrightarrow ((\neg p \vee \neg r) \vee (r \wedge \neg r))) \Rightarrow p$; (дистрибутивен закон на $\wedge$ во однос на $\vee$)

$\Leftrightarrow ((\neg p \vee \neg r) \vee \perp)) \Rightarrow p$

$\Leftrightarrow (\neg p \vee \neg r) \Rightarrow p$ (закон за замена на импликацијата)

$\Leftrightarrow \neg(\neg p \vee \neg r) \vee p$

$\Leftrightarrow (\neg(\neg p) \wedge \neg(\neg r)) \vee p$ (закон за двојна негација)

$\Leftrightarrow (p \wedge r) \vee p$

$\Leftrightarrow p \wedge (p \vee r)$ (закон за апсорпција на конјункцијата во однос на дисјункцијата)

$\Leftrightarrow p$ (следува дека исказната формула е неутрална ) е)

$(p \Leftrightarrow q) \wedge (p \veebar q)$

$\boxed{(p \veebar q) \Rightarrow \neg(p \Leftrightarrow q)}$ (затоа следува )

$(p \Leftrightarrow q) \wedge \neg(p \Leftrightarrow q)$

$\Leftrightarrow \tau((p \Leftrightarrow q) \wedge \neg(p \Leftrightarrow q)) = \perp$

(исказната формула е контрадикција)

ж)

$(p \Leftrightarrow q) \vee (p \veebar q)$

$\boxed{(p \veebar q) \Rightarrow \neg(p \Leftrightarrow q)}$ (затоа следува )

$(p \Leftrightarrow q) \vee \neg(p \Leftrightarrow q)$

$\Leftrightarrow \tau((p \Leftrightarrow q) \vee \neg(p \Leftrightarrow q)) = \mathrm{T}$

(исказната формула е тафтологија)

**4.**Користејќи ги својствата на еквиваленциите покажете, без користење таблици на вистинитост, дека следниве парови искази се еквивалентни:

а) $p \Rightarrow (q \wedge r)$ и $(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)$

б) $p \Rightarrow (q \vee r)$ и $(p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow r)$

в) $(p \vee q) \Rightarrow r$ и $(p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$

г) $(p \wedge q) \Rightarrow r$ и $(p \Rightarrow r) \vee (q \Rightarrow r)$

д) $(p \wedge q) \Rightarrow r$ и $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$

**Решение:**

а) $p \Rightarrow (q \wedge r) \Leftrightarrow \neg p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)$

б) $p \Rightarrow (q \vee r) \Leftrightarrow \neg p \vee (q \vee r) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg p \vee q \vee r \Leftrightarrow (\neg p \vee q) \vee (\neg p \vee r) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow r)$

в) $(p \vee q) \Rightarrow r \Leftrightarrow \neg(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q) \vee r \Leftrightarrow (\neg p \vee r) \wedge (\neg q \vee r) \Leftrightarrow (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$

г) $(p \wedge q) \Rightarrow r \Leftrightarrow \neg(p \wedge q) \vee r \Leftrightarrow (\neg p \vee \neg q) \vee r \vee r \Leftrightarrow (\neg p \vee r) \vee (\neg q \vee r) \Leftrightarrow (p \Rightarrow r) \vee (q \Rightarrow r)$

д) $(p \wedge q) \Rightarrow r \Leftrightarrow \neg(p \wedge q) \vee r \Leftrightarrow (\neg p \vee \neg q) \vee r \Leftrightarrow \neg p \vee (\neg q \vee r) \Leftrightarrow \neg p \vee (q \Rightarrow r) = p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$

**5.** Составете ги таблиците на вистинитост на исказите

а) $p \wedge q \wedge \neg r$ б) $p \wedge (\neg q \vee \neg r)$

в) $(p \vee \neg q) \wedge r$ г) $(p \wedge r) \vee (q \wedge \neg r)$

**Решение:**

а) $p \wedge q \wedge \neg r$

| p | q | $r$ | $\neg r$ | $p \wedge q$ | $p \wedge q \wedge \neg r$ |
|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | ⊥ | T | ⊥ |
| T | T | ⊥ | T | T | T |
| T | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ |
| T | ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ |
| ⊥ | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ |
| ⊥ | T | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ |
| ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ |
| ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ |

б) $p \wedge (\neg q \vee \neg r)$

| p | q | $r$ | $\neg q$ | $\neg r$ | $\neg q \vee \neg r$ | $p \wedge (\neg q \vee \neg r)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ |
| T | T | ⊥ | ⊥ | T | T | T |
| T | ⊥ | T | T | ⊥ | T | T |
| T | ⊥ | ⊥ | T | T | T | T |
| ⊥ | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ |
| ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | T | T | ⊥ |
| ⊥ | ⊥ | T | T | ⊥ | T | ⊥ |
| ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | T | T | ⊥ |

в) $(p \vee \neg q) \wedge r$

| p | q | $r$ | $\neg q$ | $p \vee \neg q$ | $(p \vee \neg q) \wedge r$ |
|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | ⊥ | T | T |
| T | T | ⊥ | ⊥ | T | ⊥ |
| T | ⊥ | T | T | T | T |
| T | ⊥ | ⊥ | T | T | ⊥ |
| ⊥ | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ |
| ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ |
| ⊥ | ⊥ | T | T | T | T |
| ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | T | ⊥ |

г) $(p \wedge r) \vee (q \wedge \neg r)$

| p | q | $r$ | $p \wedge r$ | $\neg r$ | $q \wedge \neg r$ | $(p \wedge r) \vee (q \wedge \neg r)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | T | ⊥ | ⊥ | T |
| T | T | ⊥ | ⊥ | T | T | T |
| T | ⊥ | T | T | ⊥ | ⊥ | T |
| T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ |
| ⊥ | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ |
| ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | T | T | T |
| ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ |
| ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ |

**7.** Составете ги таблиците на вистинитост на следниве искази:

а) $p \wedge (q \vee \neg r)$

б) $(q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge r)$

в) $\neg(p \wedge r) \vee (\neg q \wedge r)$

г) $\neg(\neg p \vee (q \wedge \neg r))$

д) $(p \wedge r) \vee (p \wedge \neg q)$

ѓ) $(p \vee q) \wedge (r \vee q)$

е) $(\neg q \wedge r) \vee \neg(p \wedge r)$

ж) $\neg((p \wedge r) \vee \neg q)$

з) $\neg(\neg p \wedge (q \vee \neg r))$

ѕ) $(p \vee \neg r) \wedge \neg(p \vee \neg q)$

и) $(p \underline{\vee} q) \wedge (q \underline{\vee} r)$

ј) $\neg((p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg r)) \underline{\vee} (q \wedge \neg r)$

к) $\neg(p \underline{\vee} q) \vee \neg(\neg(p \underline{\vee} r) \vee \neg(q \underline{\vee} r))$

љ) $(p \wedge (q \vee \neg r)) \underline{\vee} ((p \wedge \neg q) \vee r)$

**Решение:** а) $p \wedge (q \vee \neg r)$

| p | q | $r$ | $\neg r$ | $q \vee \neg r$ | $p \wedge (q \vee \neg r)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | ⊥ | T | T |
| T | T | ⊥ | T | T | T |
| T | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ |
| T | ⊥ | ⊥ | T | T | T |
| ⊥ | T | T | ⊥ | T | ⊥ |
| ⊥ | T | ⊥ | T | T | ⊥ |
| ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ |
| ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | T | ⊥ |

б) $(q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge r)$

| p | q | $r$ | $\neg p$ | $\neg r$ | $q \wedge \neg r$ | $\neg p \wedge r$ | $(q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge r)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ |
| T | T | ⊥ | ⊥ | T | T | ⊥ | T |
| T | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ |
| T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ |
| ⊥ | T | T | T | ⊥ | ⊥ | T | T |
| ⊥ | T | ⊥ | T | T | T | ⊥ | T |
| ⊥ | ⊥ | T | T | ⊥ | ⊥ | T | T |
| ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ |

в) $\neg(p \wedge r) \vee (\neg q \wedge r)$

| p | q | $r$ | $p \wedge r$ | $\neg(p \wedge r)$ | $\neg q$ | $\neg q \wedge r$ | $\neg(p \wedge r) \vee (\neg q \wedge r)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ |
| T | T | ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | T |
| T | ⊥ | T | T | ⊥ | T | T | T |
| T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | T | ⊥ | T |
| ⊥ | T | T | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | T |
| ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | T |
| ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | T | T | T | T |
| ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | T | ⊥ | T |

г) $\neg(\neg p \vee (q \wedge \neg r))$

| p | q | $r$ | $\neg p$ | $\neg r$ | $q \wedge \neg r$ | $\neg p \vee (q \wedge \neg r)$ | $\neg(\neg p \vee (q \wedge \neg r))$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T |
| T | T | ⊥ | ⊥ | T | T | T | ⊥ |
| T | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T |
| T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | T |
| ⊥ | T | T | T | ⊥ | ⊥ | T | ⊥ |
| ⊥ | T | ⊥ | T | T | T | T | ⊥ |
| ⊥ | ⊥ | T | T | ⊥ | ⊥ | T | ⊥ |
| ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | T | ⊥ | T | ⊥ |

д) $(p \wedge r) \vee (p \wedge \neg q)$

| p | q | $r$ | $p \wedge r$ | $\neg q$ | $p \wedge \neg q$ | $(p \wedge r) \vee (p \wedge \neg q)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | T | ⊥ | ⊥ | T |
| T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ |
| T | ⊥ | T | T | T | T | T |
| T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | T | T |
| ⊥ | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ |
| ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ |
| ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ |
| ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ |

ѓ) $(p \vee q) \wedge (r \vee q)$

| p | q | $r$ | $p \vee q$ | $r \vee q$ | $(p \vee q) \wedge (r \vee q)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | T | T | T |
| T | T | ⊥ | T | T | T |
| T | ⊥ | T | T | T | T |
| T | ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ |
| ⊥ | T | T | T | T | T |
| ⊥ | T | ⊥ | T | T | T |
| ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | T | ⊥ |
| ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ |

е) $(\neg q \wedge r) \vee \neg(p \wedge r)$

| p | q | $r$ | $\neg q$ | $\neg q \wedge r$ | $p \wedge r$ | $\neg(p \wedge r)$ | $(\neg q \wedge r) \vee \neg(p \wedge r)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ |
| T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | T |
| T | ⊥ | T | T | T | T | ⊥ | T |
| T | ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | T | T |
| ⊥ | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | T |
| ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | T |
| ⊥ | ⊥ | T | T | T | ⊥ | T | T |
| ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | T | T |

ж) $\neg((p \wedge r) \vee \neg q)$

| p | q | $r$ | $p \wedge r$ | $\neg q$ | $(p \wedge r) \vee \neg q$ | $\neg((p \wedge r) \vee \neg q)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | T | ⊥ | T | ⊥ |
| T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T |
| T | ⊥ | T | T | T | T | ⊥ |
| T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | T | ⊥ |
| ⊥ | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T |
| ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T |
| ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | T | T | ⊥ |
| ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | T | ⊥ |

з) $\neg(\neg p \wedge (q \vee \neg r))$

| p | q | $r$ | $\neg p$ | $\neg r$ | $q \vee \neg r$ | $\neg p \wedge (q \vee \neg r)$ | $\neg(\neg p \wedge (q \vee \neg r))$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | T |
| T | T | ⊥ | ⊥ | T | T | ⊥ | T |
| T | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T |
| T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | T | ⊥ | T |
| ⊥ | T | T | T | ⊥ | T | T | ⊥ |
| ⊥ | T | ⊥ | T | T | T | T | ⊥ |
| ⊥ | ⊥ | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T |
| ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | T | T | T | ⊥ |

ѕ) $(p \vee \neg r) \wedge \neg(p \vee \neg q)$

| p | q | $r$ | $\neg q$ | $\neg r$ | $p \vee \neg r$ | $p \vee \neg q$ | $(p \vee \neg r) \wedge \neg(p \vee \neg q)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | ⊥ | ⊥ | T | T | T |
| T | T | ⊥ | ⊥ | T | T | T | T |
| T | ⊥ | T | T | ⊥ | T | T | T |
| T | ⊥ | ⊥ | T | T | T | T | T |
| ⊥ | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ |
| ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | T | T | ⊥ | T |
| ⊥ | ⊥ | T | T | ⊥ | ⊥ | T | ⊥ |
| ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | T | T | T | T |

и) $(p \veebar q) \wedge (q \veebar r)$

| p | q | $r$ | $p \veebar q$ | $q \veebar r$ | $(p \veebar q) \wedge (q \veebar r)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ |
| T | T | ⊥ | ⊥ | T | ⊥ |
| T | ⊥ | T | T | T | T |
| T | ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ |
| ⊥ | T | T | T | ⊥ | ⊥ |
| ⊥ | T | ⊥ | T | T | T |
| ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | T | ⊥ |
| ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ |

ј) F: $\neg((p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg r)) \veebar (q \wedge \neg r)$

| p | q | $r$ | $\neg q$ | $\neg r$ | $p \wedge \neg q$ | $p \wedge \neg r$ | $q \wedge \neg r$ | $(p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg r)$ | $\neg(p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg r)$ | F |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T |
| T | T | ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | T | T | T | ⊥ | T |
| T | ⊥ | T | T | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | T | T | ⊥ |
| T | ⊥ | ⊥ | T | T | T | T | ⊥ | T | T | ⊥ |
| ⊥ | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T |
| ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | T | ⊥ |
| ⊥ | ⊥ | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T |
| ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T |

к)F: $\neg(p \veebar q) \vee \neg(\neg(p \veebar r) \vee \neg(q \veebar r))$

| p | q | $r$ | $p \veebar q$ | $p \veebar r$ | $q \veebar r$ | $\neg(p \veebar q)$ | $\neg(p \veebar r)$ | $\neg(q \veebar r)$ | $\neg(p \veebar r) \vee \neg(q \veebar r)$ | $\neg(\neg(p \veebar r) \vee \neg(q \veebar r))$ | F |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | T | T | ⊥ | ⊥ |
| T | T | ⊥ | ⊥ | T | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | T |
| T | ⊥ | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | T | T | ⊥ | ⊥ |
| T | ⊥ | ⊥ | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | T | ⊥ | ⊥ |
| ⊥ | T | T | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | T | ⊥ | ⊥ |
| ⊥ | T | ⊥ | T | ⊥ | T | ⊥ | T | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ |
| ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | T | ⊥ | T | ⊥ | T | T | ⊥ | T |
| ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | T | T | T | ⊥ | T |

љ) F: $(p \wedge (q \vee \neg r)) \veebar ((p \wedge \neg q) \vee r)$

| p | q | $r$ | $\neg q$ | $\neg r$ | $q \vee \neg r$ | $p \wedge (q \vee \neg r)$ | $p \wedge \neg q$ | $(p \wedge \neg q) \vee r$ | F |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | ⊥ | ⊥ | T | T | ⊥ | T | ⊥ |
| T | T | ⊥ | ⊥ | T | T | T | ⊥ | ⊥ | T |
| T | ⊥ | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | T | T |
| T | ⊥ | ⊥ | T | T | T | T | T | T | ⊥ |
| ⊥ | T | T | ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | T | T |
| ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ |
| ⊥ | ⊥ | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | T |
| ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ |

**8.** Состави ги таблиците на вистинитост за следниве исказни формули:

а) $\neg(((p \wedge q) \wedge \neg r) \vee \neg s)$ б) $((p \wedge \neg q) \wedge \neg r) \vee (((p \wedge q) \wedge \neg r) \wedge \neg s)$

**Решение:**

а) $\neg(((p \wedge q) \wedge \neg r) \vee \neg s)$

| P | q | $r$ | $s$ | $p \wedge q$ | $\neg r$ | $\neg s$ | $(p \wedge q) \wedge \neg r$ | $((p \wedge q) \wedge \neg r) \vee \neg s$ | $\neg(((p \wedge q) \wedge \neg r) \vee \neg s)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T |
| T | T | T | ⊥ | T | ⊥ | T | ⊥ | T | ⊥ |
| T | T | ⊥ | T | T | T | ⊥ | T | T | ⊥ |
| T | T | ⊥ | ⊥ | T | T | T | T | T | ⊥ |
| T | ⊥ | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T |
| T | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | T | ⊥ |
| T | ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T |
| T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | T | ⊥ | T | ⊥ |
| ⊥ | T | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T |
| ⊥ | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | T | ⊥ |
| ⊥ | T | ⊥ | T | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T |
| ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | T | ⊥ | T | ⊥ |
| ⊥ | ⊥ | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T |
| ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | T | ⊥ |
| ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T |
| ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | T | ⊥ | T | ⊥ |

б)F: $((p \wedge \neg q) \wedge \neg r) \vee (((p \wedge q) \wedge \neg r) \wedge \neg s)$

| p | q | $r$ | $s$ | $\neg q$ | $p \wedge \neg q$ | $\neg r$ | $(p \wedge \neg q) \wedge \neg r$ | $\neg s$ | $p \wedge q$ | $(p \wedge q) \wedge \neg r$ | $((p \wedge q) \wedge \neg r) \wedge \neg s$ | F |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ |
| T | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ |
| T | T | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | T | T | ⊥ | ⊥ |
| T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | T | T | T | T | T |
| T | ⊥ | T | T | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ |
| T | ⊥ | T | ⊥ | T | T | ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ |
| T | ⊥ | ⊥ | T | T | T | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T |
| T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | T | T | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T |
| ⊥ | T | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ |
| ⊥ | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ |
| ⊥ | T | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ |
| ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ |
| ⊥ | ⊥ | T | T | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ |
| ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ |
| ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | T | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ |
| ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | T | ⊥ | T | ⊥ | T | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ |